Recherches arborescente et locale pour les problèmes d'ordonnancement avec contraintes de précédence et temps de préparation

B. Gacias, C. Artigues et P. Lopez

LAAS-CNRS, Université de Toulouse, 31077 Toulouse CEDEX 4
email: {bgacias,artigues,lopez}@laas.fr

GOThA, avril 2008

Plan

Plan

Introduction

- Problème à machines parallèles
- Résolution par méthodes de recherche arborescente et locale [Néron et al., 2006]
- Nous traitons le problème avec temps de préparation et contraintes de précédence entre opérations
- Algorithme de liste [Hurink et Knust, 2001]

Plan

Position du problème

Données du problème

Variables de décision

Fonctions Objectif

Position du problème

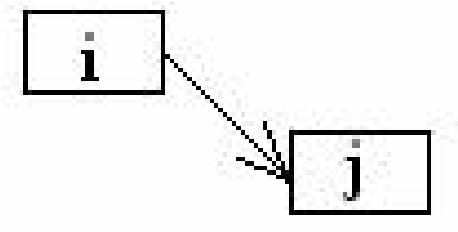
Données du problème

- Tâches : $J = \{1, \ldots, n\}$
- Ressources : $M = \{M_1, \ldots, M_m\}$
- Pour chaque tâche i : p_i, r_i, d_i
- Contraintes de précédence
- Temps de préparation s_{ij}

Position du problème

Données du problème

- Tâches : $J = \{1, \ldots, n\}$
- Ressources : $M = \{M_1, \ldots, M_m\}$
- Pour chaque tâche i : p_i, r_i, d_i
- Contraintes de précédence

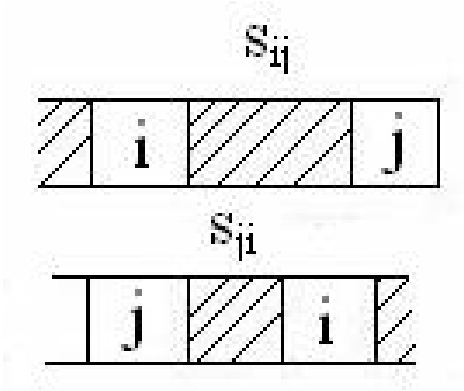


- Temps de préparation s_{ij}

Position du problème

Données du problème

- Tâches : $J = \{1, \ldots, n\}$
- Ressources : $M = \{M_1, \ldots, M_m\}$
- Pour chaque tâche i : p_i, r_i, d_i
- Contraintes de précédence
- Temps de préparation s_{ij}



Position du problème

Variables de décision

- S_i et C_i

Fonctions Objectif

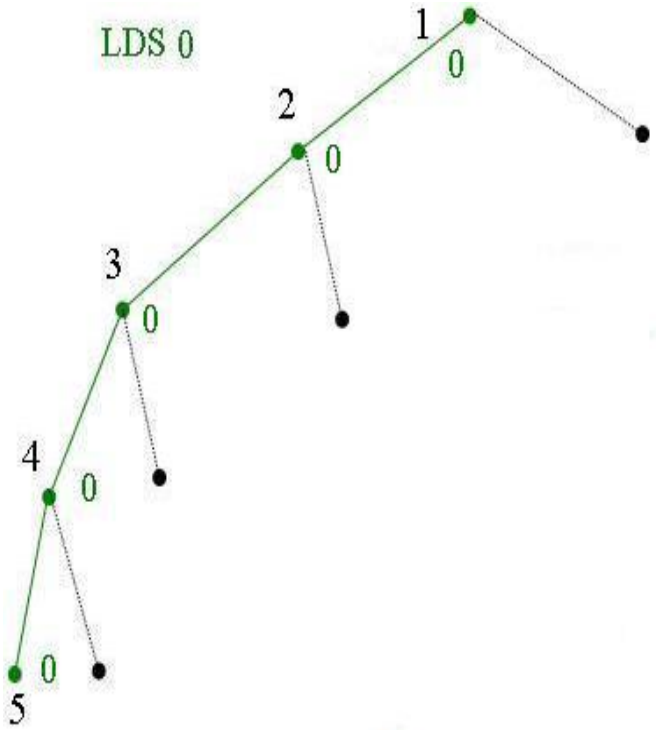
- min $\sum C_i$
- min L_{max}

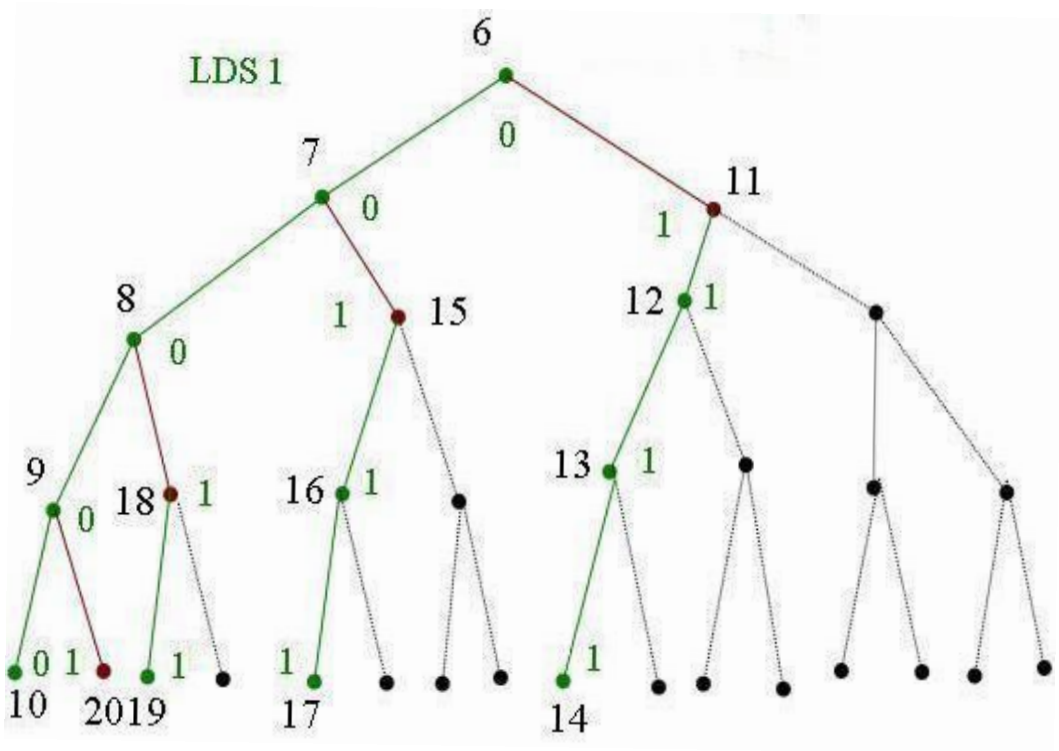
Plan

Recherche basée sur les divergences

Limited Discrepancy Search (LDS) [Harvey et Ginsberg, 1995]

- Méthode de recherche arborescente
- Ordre de recherche ; divergences à partir de l'heuristique initiale

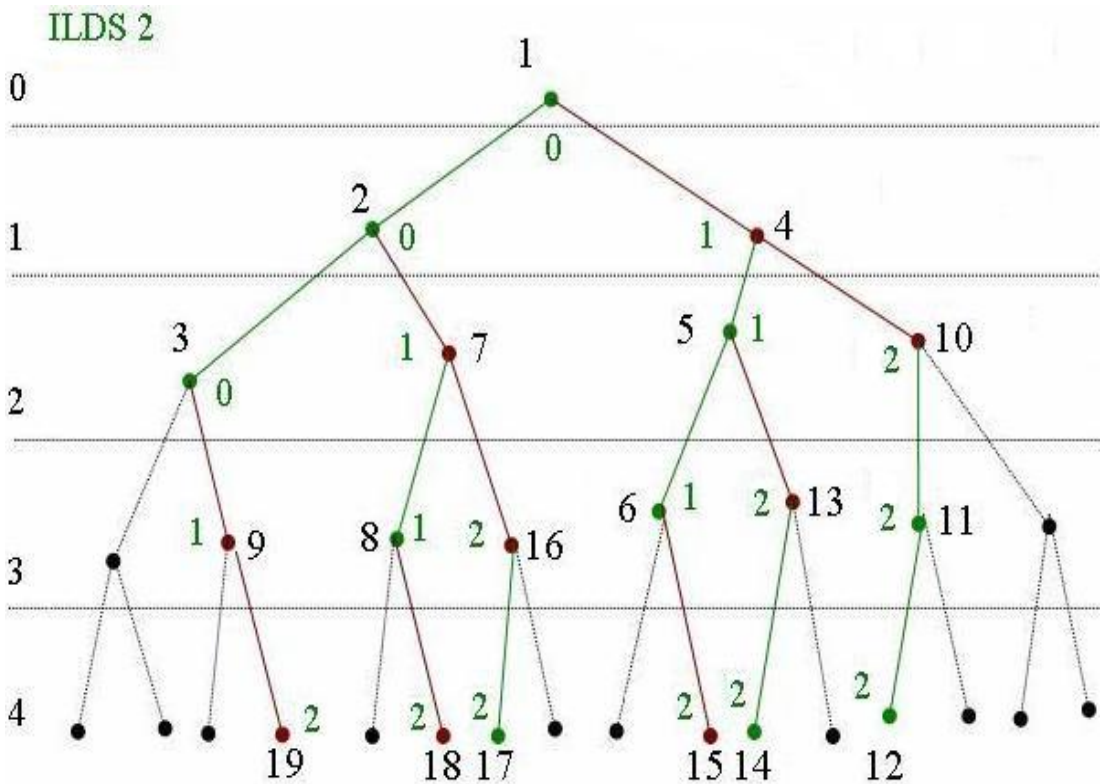




Recherche basée sur les divergences

Variantes pour l'amélioration de l'efficacité de la méthode :

- Improved LDS (ILDS) [Korf, 1996]



Recherche basée sur les divergences

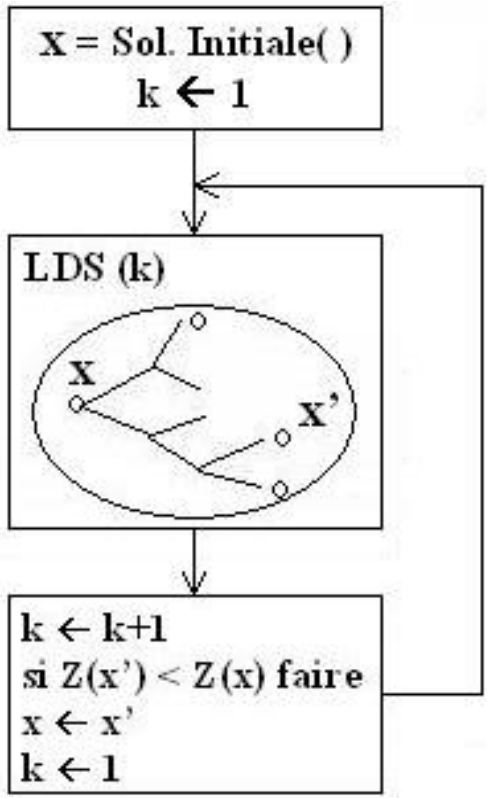
Variantes pour l'amélioration de l'efficacité de la méthode :

- Depth-bounded Discrepancy Search (DDS) [Walsh, 1997]
- Discrepancy-bounded Depth-First Search (DDFS) [Beck et Perron, 2000]
- Yet Improved LDS (YIELDS) [Karoui et al., 2007]

Recherche locale basée sur LDS

Climbing Discrepancy Search (CDS) [Milano et Roli, 2002]

- Traiter l'exploration du voisinage avec LDS
- Les divergences sont définies par rapport à la solution x

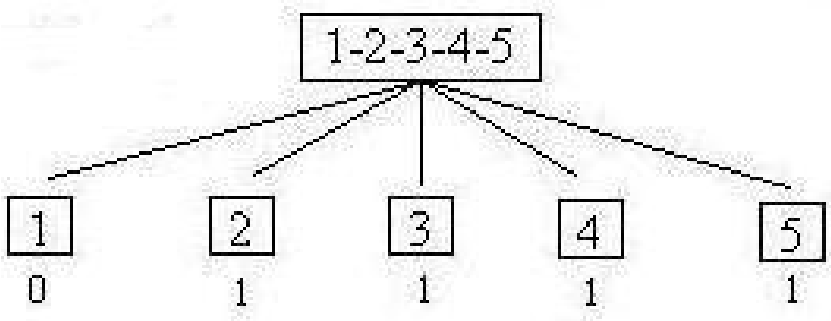


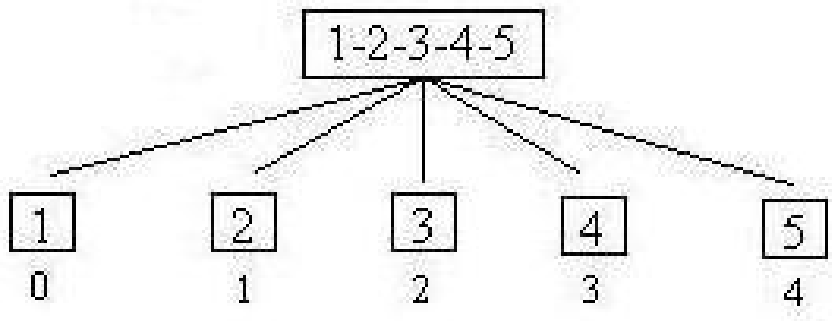
CDDS : le voisinage est limité aussi par le niveau de profondeur [Ben Hmida et al., 2007]

Recherche locale basée sur LDS

Nous proposons deux méthodes :

- Hybrid Discrepancy CDDS
  1. Recherche CDS jusqu'à k divergences
  2. $k \leftarrow k + 1$
  3. Recherche CDDS, on restreint le voisinage
- Mix Counting CDS
  - Comptages de divergences différents$\rightarrow$ Niveau de profondeur

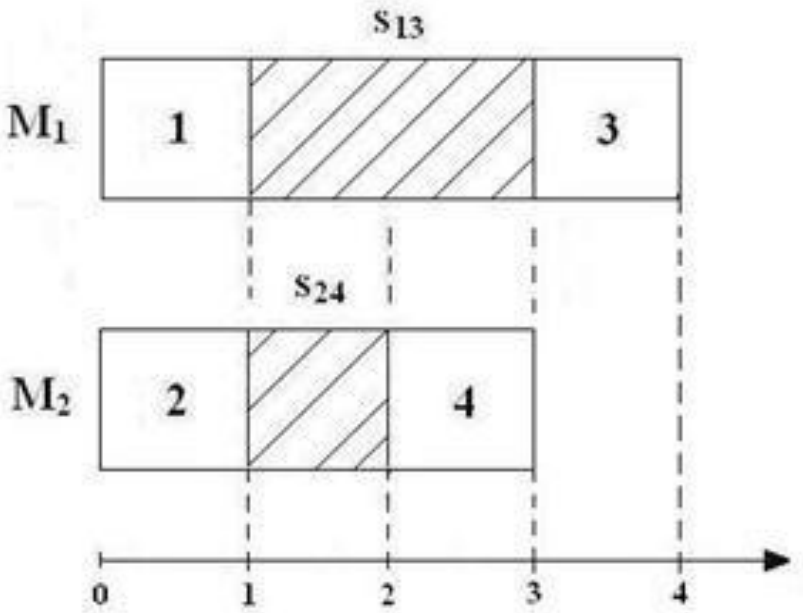




Plan

Définition de l'arbre de recherche

- Le problème ne peut pas être résolu efficacement par un algorithme de liste



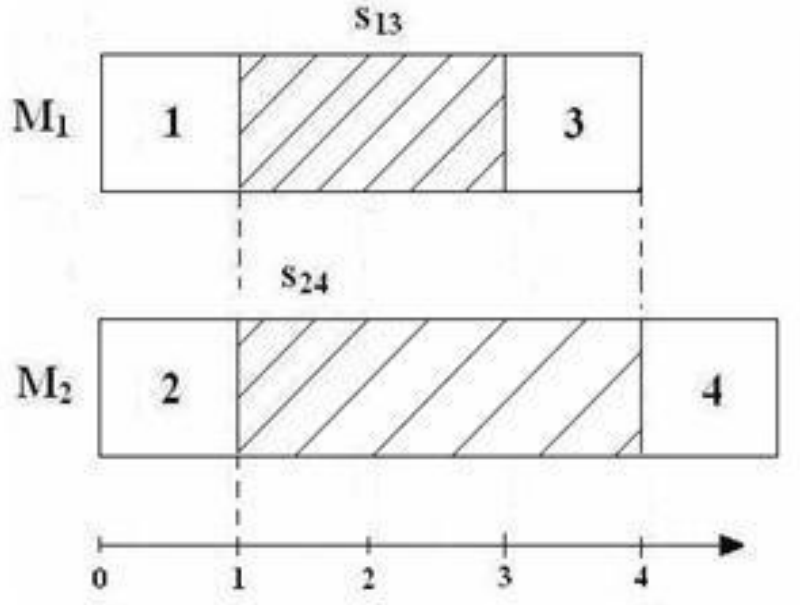
$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & 2 & 10 \\ 10 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 10 & 0 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\pi = (1,2,4,3)$$

$$\pi' = (2,1,4,3)$$

Définition de l'arbre de recherche

- Contrainte de précédence $3 \prec 4$



$$\begin{pmatrix} 0 & 10 & 2 & 10 \\ 10 & 0 & 0 & 1 \\ 10 & 10 & 0 & 10 \\ 10 & 10 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\pi = (1,2,4,3)$$

$$\pi' = (2,1,4,3)$$

- π et π' ne respectent pas la contrainte de précédence
- Enumération complète : meilleur ordre d'opérations et meilleure allocation des ressources

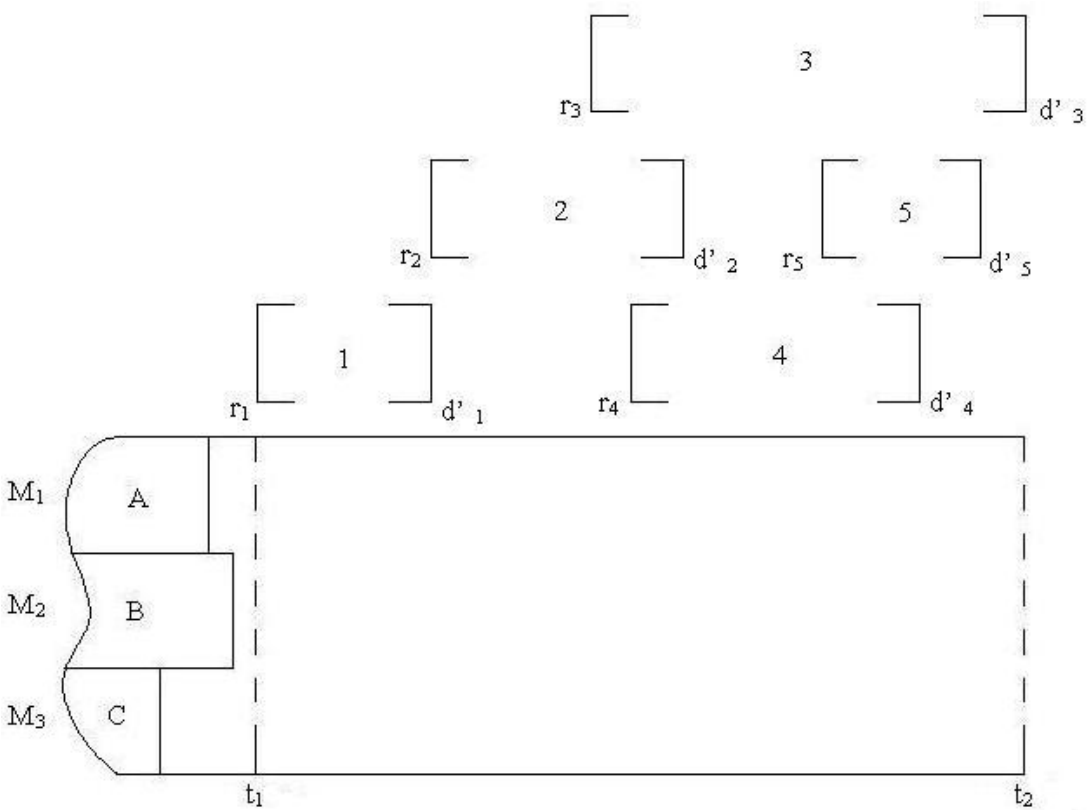
Stratégie d'exploration

Heuristiques d'initialisation

- Sélection des opérations
  - SPT, Shortest Processing Time parmi les tâches disponibles (r_i)
  - EDD, Earliest Due Date parmi les tâches disponibles (r_i)
- Affectation des opérations
  - ECT, Earliest Completion Time

Evaluation des nœuds

- $\min \sum C_i$: Borne inférieure [Chu et al., 2005]
- $\min L_{\max}$: Raisonnement énergétique
  - Dans un intervalle $\Delta = [t_1, t_2] \rightarrow E_{requise} + C_{setup} \leq E_{dispo}$
  - $[r_i,\ d'_i]$, fenêtres de temps pour chaque opération qu'il reste à affecter

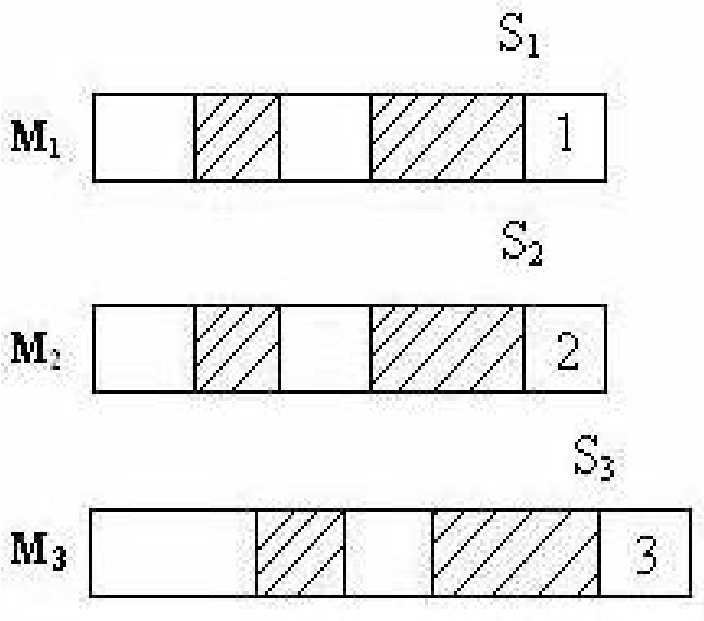


$$E_{dispo} = m \times (t_2 - t_1)$$
$$E_{requise} = \sum_i E_{min},\ i \in F$$
$$C_{setup} \rightarrow k - m \text{ plus petits } s_{ij},\ i, j \in F$$

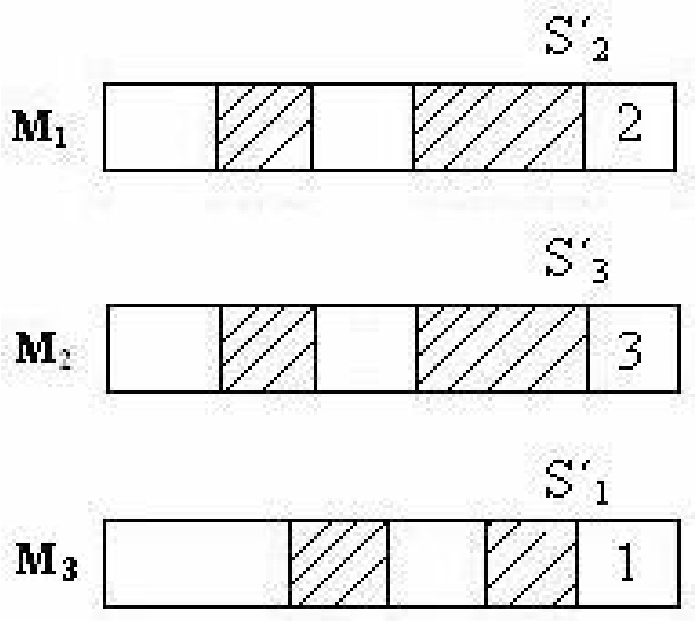
Evaluation des nœuds

Règles de dominance pour la recherche locale

- Trouver une affectation partielle dominante ($S'_i < S_i$ et $S'_j \leq S_j$ pour toutes les tâches du *Front*)
- La liste qui amène à cette affectation partielle doit respecter les contraintes de précédence et le nombre de divergences autorisées



Nœud évalué



Affectation partielle dominante

Plan

Résultats expérimentaux

Recherche arborescente

Stratégie d'exploration de l'arbre

- *LDS-top* est beaucoup plus efficace (nombre de nœuds explorés et meilleures solutions) que *LDS-low* et *DBDFS*.
- Le mode de comptage binaire arrive à trouver meilleurs résultats que le mode non-binaire.

Résultats expérimentaux

Evaluation borne, raisonnement énergétique et règles de dominance

$\sum C_i$	$CPU(s)$	*Meilleure Sol.*
Sans Lb	258	45.00 %
Lb	251	55.00 %
$Lb + RD$	214	90.00 %

$L_{\max}$	$CPU(s)$	*Meilleure Sol.*
Sans NRJ	256	68.33 %
NRJ	250	86.67 %
$NRJ + RD$	232	93.33 %

Résultats expérimentaux

Recherche locale

Comparaison pour le problème $P|r_i, q_i|C_{\max}$ [Néron et al.]

$T_{\max} = 30\ s$	*Meilleure Solution*	*Meilleure Sol. Strict*	*CPU*(s)
$LDS_{z=1}^{TW}$	0	1	29.64
$LDS_{z=2}^{CHR}$	0	7	28.40
$BS_{w=3}^{TW}$	25	3	20.37
$BS_{w=4}^{CHR}$	22	0	28.40
CDS	35	6	30 (8.03)
HD-CDDS	38	9	30 (7.02)

Résultats expérimentaux

- Evaluation du critère *ECT*
  - On trouve la solution optimale pour 85 % des instances
  - Différencier les divergences dans l'ordre des tâches des divergences d'affectation aux machines
- Comparaison entre les méthodes de recherche locale

$\sum C_i$	*Meilleure Solution*	*Ecart moyen*
CDS	12 (20.00 %)	1.36 %
CDDS	2 (3.33 %)	4.83 %
HD-CDDS	27 (45.00 %)	0.89 %
MC-CDS	40 (66.67 %)	1.02 %

$L_{\max}$	*Meilleure Solution*	*Ecart moyen*
CDS	18 (30.00 %)	2.53 %
CDDS	0 (0.00 %)	11.62 %
HD-CDDS	36 (60.00 %)	1.84 %
MC-CDS	34 (56.67 %)	1.69 %

Conclusions

- Les méthodes hybrides de recherche locale avec LDS s'avèrent efficaces pour les problèmes à machines parallèles
- Apports dans le traitement des nœuds : règles de dominance adaptées à la recherche locale et introduction des temps de préparation dans l'approche énergétique